

BASIC CONCEPT OF AC CIRCUIT

☆ Sinusoidal AC voltage generation: -

माना की एक कुंडली (coil) AB है जिसका क्षेत्रफल A तथा फेरों की संख्या n है। तथा magnetic field B में एकसमान कोणीय वेग (angular velocity) ω से घूम रही है।

मान ली coil इस समय क्षुब्ध प्रारंभ करती है जब coil के तल का अभिलंब ON चुंबकीय क्षेत्र (magnetic field) के अनुदिश है मान ली t समय में कुंडली (coil) कोण से घूम जाती है जिससे उसकी स्थिति A'B' हो जाती है।

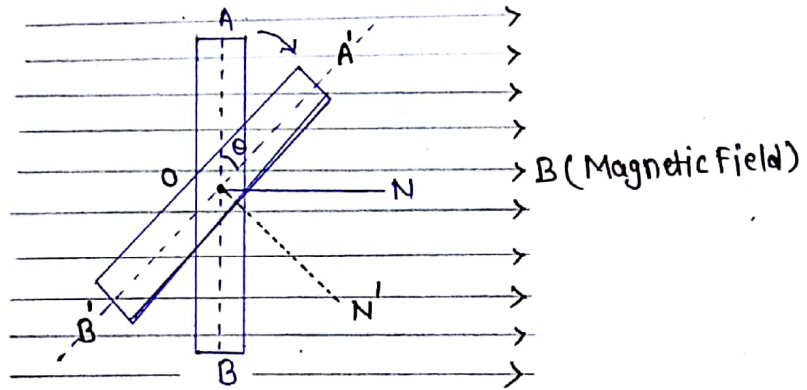


Fig: एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में कुंडली का घुमना
 (Revolution of coil in uniform magnetic field)

$$\text{Angular velocity (कोणीय वेग)} \omega = \frac{\theta}{t}$$

$$\therefore \theta = \omega t$$

t समय पश्चात कुंडली के संपूर्ण फेरों से बद्ध चुंबकीय फ्लक्स

$$\phi = n AB \cos \theta$$

$$= n AB \cos \omega t$$

जब coil magnetic field (चुंबकीय क्षेत्र) में घुमती है तो इससे बद्ध चुंबकीय क्षेत्र में परिवर्तन होता है coil में प्रेरित विद्युतवाहक बल (Induced EMF) उत्पन्न हो जाता है।

फैराडे के Electromagnetic induction के नियम से,

$$\text{Induced EMF } (E) = - \frac{d\phi}{dt}$$

$$= - \frac{d}{dt} (nAB \cos \omega t)$$

$$= nAB\omega \sin \omega t$$

$$\therefore \frac{d}{dt} \cos \omega t = - \sin \omega t \cdot \omega$$

$$E = E_0 \sin \omega t$$

where $E_0 = \text{max value of induced emf}$

$$E_0 = nAB \cdot \omega$$

for max. value $\sin \omega t = 1$
i.e. $\sin 90^\circ = 1$

$$\text{OR}$$

$$E = E_{\text{max}} \sin \omega t$$



☆ ROOT MEAN SQUARE VALUE

वर्ग-माध्य-मूल मान

"प्रत्यावर्ती धारा का वर्ग-माध्य-मूल मान एक पूर्ण चक्र पर I^2 के माध्य के वर्गमूल के बराबर होता है। इसे I_{rms} से प्रदर्शित करते हैं।"

"प्रत्यावर्ती धारा का वर्गमाध्यमूल मान (RMS value) उस दिष्टधारा (dc current) के मान के बराबर होता है, जो प्रति सेकंड किसी चालक तार में उतनी ही उष्मा उत्पन्न करती है जितनी heat (उष्मा) प्रत्यावर्ती धारा (Alternating current) प्रति सेकंड उसी चालक में प्रवाहित होने पर उत्पन्न करती है।"

Relation between RMS value & Peak value.

यदि AC का rms value I_{rms} होती

$$I_{rms}^2 = \int_0^T \frac{I^2}{T} dt = \frac{1}{T} \int_0^T (I_0 \sin \omega t)^2 dt.$$

$$= \frac{I_0^2}{T} \int_0^T \sin^2 \omega t \cdot dt$$

$$= \frac{I_0^2}{T} \int_0^T \left(\frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \right) dt.$$

$$= \frac{I_0^2}{2T} \left\{ \int_0^T 1 \cdot dt - \int_0^T \cos 2\omega t \cdot dt \right\}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$= \frac{I_0^2 \cdot \omega}{4\pi} \left\{ \left| t \right|_0^{2\pi/\omega} - \left| \frac{\sin 2\omega t}{2\omega} \right|_0^{2\pi/\omega} \right\}$$

$$= \frac{I_0^2 \cdot \omega}{4\pi} \left\{ \frac{2\pi}{\omega} - 0 - \frac{\sin 2\omega \times \frac{2\pi}{\omega}}{2\omega} + 0 \right\}$$

$$I_{rms}^2 = \frac{I_0 \cdot \omega}{4\pi} \times \frac{2\pi}{\omega}$$

$$= \frac{I_0^2}{2}$$

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{I_0^2}{2}}$$

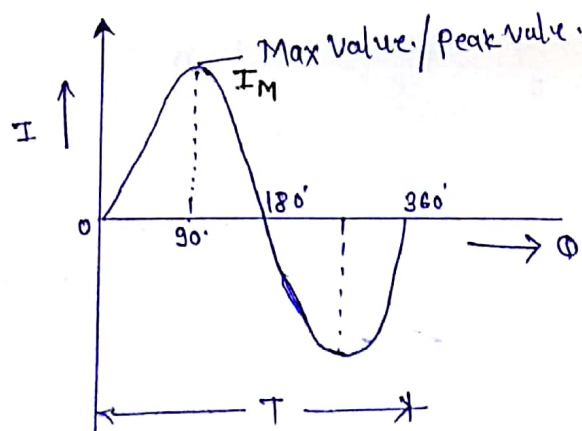
$$I_{rms} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 0.707 I_0$$

where $I_0 = \text{max. value of current}$

② PEAK VALUE / CREST VALUE

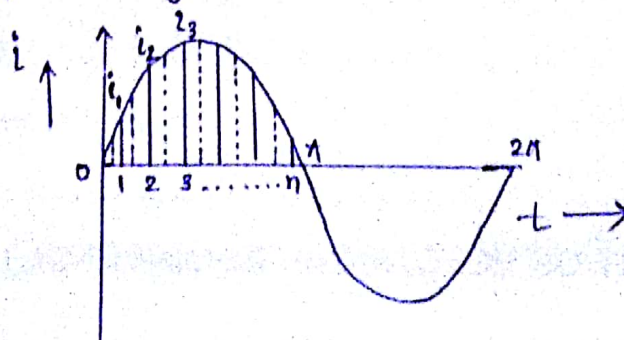
प्रत्यावर्ती धारा (A.C current) के अधिकतम मान (Max. value) को Peak value / crest value कहते हैं।

"Maximum value attain by alternating quantity during during one cycle is called peak value."



③ AVERAGE VALUE / औसतमान

The arithmetic average of all instantaneous value considered of an alternating quantity over one cycle is called average value.



Average value of current

$$I_{av} = \frac{i_1 + i_2 + i_3 + \dots + i_n}{n}$$



4. FORM FACTOR: The ratio of r.m.s. value to average value of an alternating quantity is called form factor.

$$\text{Form factor} = \frac{I_{\text{rms}}}{I_{\text{avg}}} \text{ or } \frac{E_{\text{rms}}}{E_{\text{avg}}}$$

प्रत्यावर्ती धारा के

^Average value और r.m.s. value के अनुपात को form factor कहते हैं। इसका मान 1.11 होता है।

$$\text{Form factor} = \frac{I_{\text{rms}}}{I_{\text{avg}}} = \frac{I_m / \sqrt{2}}{2I_m / \pi} = 1.11$$

5. PEAK FACTOR:

प्रत्यावर्ती धारा के maximum value और r.m.s. value के अनुपात को Peak factor कहते हैं।

$$\text{Peak factor} = \frac{I_m}{I_{\text{rms}}} \text{ or } \frac{E_m}{E_{\text{r.m.s.}}}$$

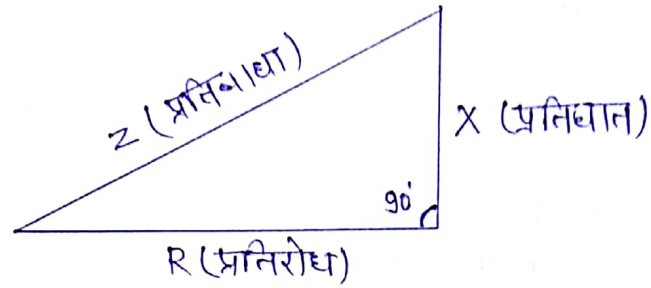
$$= \frac{I_m}{I_m / \sqrt{2}} = 1.4142$$

RESISTANCE, REACTANCE & IMPEDANCE

किसी conductor (चालक) द्वारा दिये धारा या प्रत्यावर्ती धारा के मार्ग में डाले गए अवरोध को उस चालक का प्रतिरोध कहते हैं।

प्रत्यावर्ती धारा में प्रेरक कुंडली (inductive coil) या संधारित्र (capacitor) में से किसी एक के उपस्थित होने पर परिपथ में प्रतिरोध को प्रतिकार (Reactance) कहते हैं। इसे X से प्रदर्शित करते हैं। इसका मात्रक ओम है।

प्रत्यावर्ती धारा में ओमीय प्रतिरोध, (Resistance), प्रेरक कुंडली (Inductive coil) और संधारित्र (capacitor) में से दो या दो से अधिक के उपस्थित होने पर परिपथ के प्रतिरोध को प्रतिबाधा (Impedance) कहते हैं। इसे Z से प्रदर्शित करते हैं।



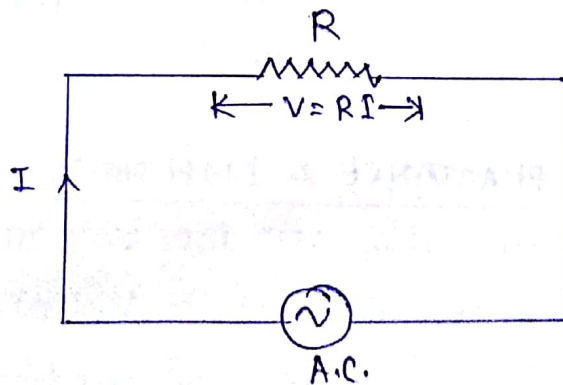
$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

☆ DIFFERENT TYPES OF AC CIRCUITS: -

1. A.C. CIRCUIT CONTAINING RESISTANCE ONLY: -

माना कि चित्र में दर्शाये अनुसार ओमीय प्रतिरोध (ohmic Resistance) R के सिरो के मध्य एक AC voltage source जोड़ा गया है। मान लो कि उसी क्षण पर प्रत्यावर्ती वोल्टेज को निम्न समीकरण द्वारा प्रदर्शित किया जाता है।

$$V = V_m \sin \omega t \quad \text{--- (1)}$$



यदि उसी क्षण पर प्रतिरोध R में बहने वाली धारा का मान I हो, तो

$$I = \frac{V}{R} = \frac{V_m \sin \omega t}{R}$$

$$I = I_m \sin \omega t$$

$$\text{where } I_m = \frac{V_m}{R}$$

Phase angle :- क्षीमीय प्रतिरोध वाले परिपथ में प्रत्यावर्ती वोल्टेज और प्रत्यावर्ती धारा समान कला (same phase) में होते हैं।

POWER :-

$$P = VI$$

$$= (V_m \sin \omega t) (I_m \sin \omega t)$$

$$= \frac{V_m I_m}{2} \cdot 2 \sin^2 \omega t$$

$$= \frac{V_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} (1 - \cos 2\omega t)$$

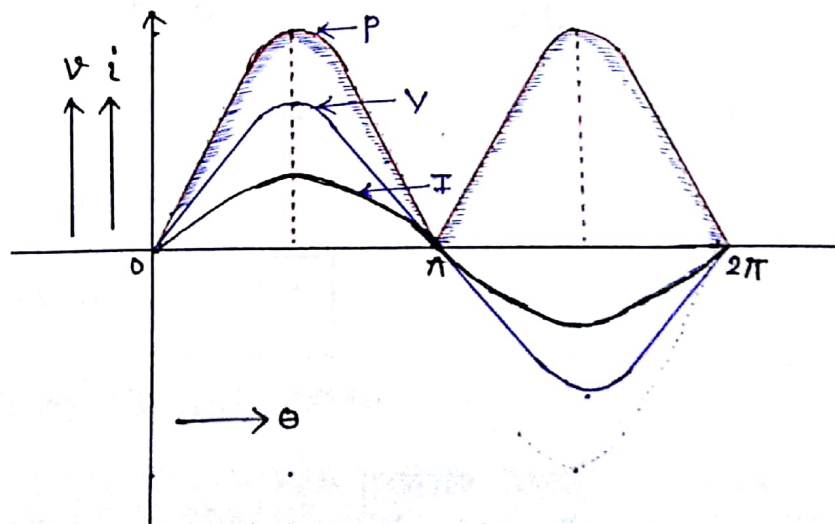
$$= \frac{V_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} - \frac{V_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cdot \cos 2\omega t$$

$$= V_{RMS} \cdot I_{RMS} - \text{zero}$$

$$\begin{cases} \cos 2\omega t = 1 - 2 \sin^2 \omega t \\ 2 \sin^2 \omega t = 1 - \cos 2\omega t \end{cases}$$

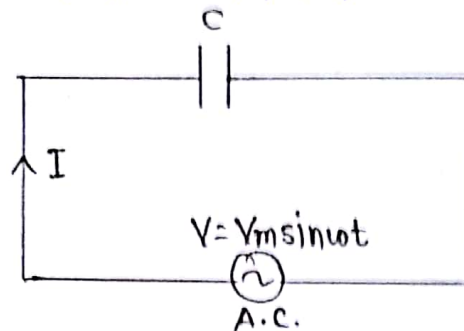
OR

$$P = VI$$



A.C. CIRCUIT CONTAINING ONLY CAPACITANCE:

मान लो चित्र में दर्शाये अनुसार एक संधारित्र C के दोनो सिरो के मध्य प्रत्यावर्ती वोल्टेज स्रोत A.C. जोड़ा गया है।



मान लो किसी क्षण t पर प्रत्यावर्ती वोल्टेज को निम्न समीकन द्वारा व्यक्त किया गया है:

$$V = V_m \sin \omega t$$

यदि उस क्षण पर संधारित्र की लैट को प्राप्त आवेश का मान Q हो तो

$$C = \frac{Q}{V} \quad \text{OR} \quad Q = C \cdot V \\ = C \cdot V_m \sin \omega t$$

परंतु किसी क्षण पर धारा $I = \frac{dQ}{dt}$

$$= \frac{d}{dt} (C \cdot V_m \sin \omega t)$$

$$= C \cdot \frac{d}{dt} (V_m \sin \omega t) + V_m \sin \omega t \frac{dC}{dt}$$

$$I = C V_m \cdot \omega \cdot \cos \omega t$$

$$= \omega C V_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$I = I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

where $I_m = \omega C V_m$

PHASE ANGLE: केवल धारिता वाले सर्किट परिपथ में प्रत्यावर्ती धारा A.C. voltage से $\pi/2$ रेडियन leading होती है।

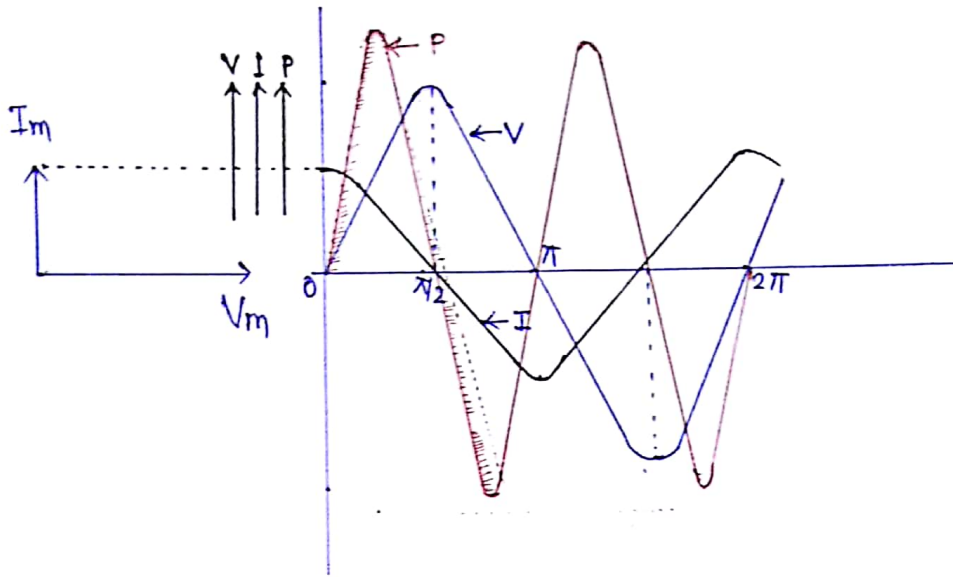
Instantaneous Power: $p = v \cdot i$

$$= V_m \sin \omega t \cdot I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$= V_m I_m \sin \omega t \cdot \cos \omega t$$

$$= \frac{V_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cdot \sin 2\omega t$$

$$P = 0 \quad (\text{Avg. power consumed in cap.ckt is zero})$$



AC CIRCUIT CONTAINING ONLY INDUCTANCE: -

मान लो चिज में दर्शाये अनुसार एक pure inductance (L) है, उे सिरो उे बीच AC voltage $V = V_m \sin \omega t$ लगाया गया है।

यदि परिपथ में किसी क्षण धारा I प्रवाहित होती है, तो

$$V = L \frac{dI}{dt}$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{V}{L}$$

$$dI = \frac{V}{L} dt$$

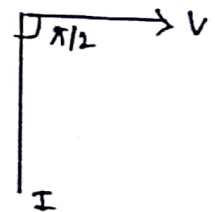
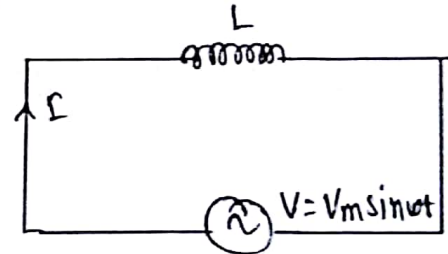
$$dI = \frac{V_m \sin \omega t}{L} dt$$

$$\int dI = \frac{V_m}{L} \int \sin \omega t dt$$

$$I = \frac{V_m}{L} \left(-\frac{\cos \omega t}{\omega} \right)$$

$$I = + \frac{V_m}{\omega L} \left[\sin(\omega t - \pi/2) \right]$$

$$I = I_m \sin(\omega t - \pi/2)$$



$$I_m = \frac{V_m}{\omega L}$$